

# 第十届蓝桥杯大赛软件类省赛

C/C++ 大学 A 组

## 【考生须知】

考试开始后，选手首先下载题目，并使用考场现场公布的解压密码解压试题。

考试时间为 4 小时。考试期间选手可浏览自己已经提交的答案，被浏览的答案允许拷贝。时间截止后，将无法继续提交或浏览答案。

对同一题目，选手可多次提交答案，以最后一次提交的答案为准。

选手必须通过浏览器方式提交自己的答案。选手在其它位置的作答或其它方式提交的答案无效。

试题包含“结果填空”和“程序设计”两种题型。

**结果填空题：**要求选手根据题目描述直接填写结果。求解方式不限。不求源代码。把结果填空的答案直接通过网页提交即可，不要书写多余的内容。

**程序设计题：**要求选手设计的程序对于给定的输入能给出正确的输出结果。考生的程序只有能运行出正确结果才有机会得分。

**注意：**在评卷时使用的输入数据与试卷中给出的示例数据可能是不同的。选手的程序必须是通用的，不能只对试卷中给定的数据有效。

对于编程题目，要求选手给出的解答完全符合 GNU C/C++ 标准，不能使用诸如绘图、Win32API、中断调用、硬件操作或与操作系统相关的 API。

代码中允许使用 STL 类库。

**注意：**main 函数结束必须返回 0

**注意：**所有依赖的函数必须明确地在源文件中 `#include <xxx>`，不能通过工程设置而省略常用头文件。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

提交时，注意选择所期望的编译器类型。

## 试题 A: 平方和

本题总分: 5 分

### 【问题描述】

小明对数位中含有 2、0、1、9 的数字很感兴趣, 在 1 到 40 中这样的数包括 1、2、9、10 至 32、39 和 40, 共 28 个, 他们的和是 574, 平方和是 14362。注意, 平方和是指将每个数分别平方后求和。

请问, 在 1 到 2019 中, 所有这样的数的平方和是多少?

### 【答案提交】

这是一道结果填空的题, 你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数, 在提交答案时只填写这个整数, 填写多余的内容将无法得分。

提示: 如果你编写程序计算, 发现结果是负的, 请仔细检查自己的程序, 不要怀疑考场的编程软件。

## 试题 B: 数列求值

本题总分：5 分

### 【问题描述】

给定数列 1, 1, 1, 3, 5, 9, 17, …, 从第 4 项开始, 每项都是前 3 项的和。求第 20190324 项的最后 4 位数字。

### 【答案提交】

这是一道结果填空的题, 你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个 4 位整数 (提示: 答案的千位不为 0), 在提交答案时只填写这个整数, 填写多余的内容将无法得分。

## 试题 C: 最大降雨量

本题总分：10 分

### 【问题描述】

由于沙之国长年干旱，法师小明准备施展自己的一个神秘法术来求雨。

这个法术需要用到他手中的 49 张法术符，上面分别写着 1 至 49 这 49 个数字。法术一共持续 7 周，每天小明都要使用一张法术符，法术符不能重复使用。

每周，小明施展法术产生的能量为这周 7 张法术符上数字的中位数。法术施展完 7 周后，求雨将获得成功，降雨量为 7 周能量的中位数。

由于干旱太久，小明希望这次求雨的降雨量尽可能大，请大最大值是多少？

### 【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

## 试题 D: 迷宫

本题总分：10 分

### 【问题描述】

下图给出了一个迷宫的平面图，其中标记为 1 的为障碍，标记为 0 的为可以通行的地方。

```
010000
000100
001001
110000
```

迷宫的入口为左上角，出口为右下角，在迷宫中，只能从一个位置走到这个它的上、下、左、右四个方向之一。

对于上面的迷宫，从入口开始，可以按DRRURRDDDR 的顺序通过迷宫，一共 10 步。其中 D、U、L、R 分别表示向下、向上、向左、向右走。

对于下面这个更复杂的迷宫（30 行 50 列），请找出一种通过迷宫的方式，其使用的步数最少，在步数最少的前提下，请找出字典序最小的一个作为答案。请注意在字典序中D<L<R<U。（如果你把以下文字复制到文本文件中，请务必检查复制的内容是否与文档中的一致。在试题目录下有一个文件 maze.txt，内容与下面的文本相同）

```
01010101001011001001010110010110100100001000101010
00001000100000101010010000100000001001100110100101
01111011010010001000001101001011100011000000010000
01000000001010100011010000101000001010101011001011
00011111000000101000010010100010100000101100000000
11001000110101000010101100011010011010101011110111
00011011010101001001001010000001000101001110000000
```

```
10100000101000100110101010111110011000010000111010
00111000001010100001100010000001000101001100001001
11000110100001110010001001010101010101010001101000
00010000100100000101001010101110100010101010000101
11100100101001001000010000010101010100100100010100
00000010000000101011001111010001100000101010100011
10101010011100001000011000010110011110110100001000
10101010100001101010100101000010100000111011101001
10000000101100010000101100101101001011100000000100
10101001000000010100100001000100000100011110101001
00101001010101101001010100011010101101110000110101
11001010000100001100000010100101000001000111000010
00001000110000110101101000000100101001001000011101
10100101000101000000001110110010110101101010100001
00101000010000110101010000100010001001000100010101
10100001000110010001000010101001010101011111010010
00000100101000000110010100101001000001000000000010
11010000001001110111001001000011101001011011101000
00000110100010001000100000001000011101000000110011
10101000101000100010001111100010101001010000001000
100000101001010010101110000000100101010001011101000
00111100001000010000000110111000000001000000001011
10000001100111010111010001000110111010101101111000
```

### 【答案提交】

这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个字符串，包含四种字母 D、U、L、R，在提交答案时只填写这个字符串，填写多余的内容将无法得分。

## 试题 E: RSA 解密

本题总分：15 分

### 【问题描述】

RSA 是一种经典的加密算法。它的基本加密过程如下。

首先生成两个质数  $p, q$ ，令  $n = p \cdot q$ ，设  $d$  与  $(p-1) \cdot (q-1)$  互质，则可找到  $e$  使得  $d \cdot e$  除  $(p-1) \cdot (q-1)$  的余数为 1。

$n, d, e$  组成了私钥， $n, d$  组成了公钥。

当使用公钥加密一个整数  $X$  时（小于  $n$ ），计算  $C = X^d \bmod n$ ，则  $C$  是加密后的密文。

当收到密文  $C$  时，可使用私钥解开，计算公式为  $X = C^e \bmod n$ 。

例如，当  $p = 5, q = 11, d = 3$  时， $n = 55, e = 27$ 。

若加密数字 24，得  $24^3 \bmod 55 = 19$ 。

解密数字 19，得  $19^{27} \bmod 55 = 24$ 。

现在你知道公钥中  $n = 1001733993063167141, d = 212353$ ，同时你截获了别人发送的密文  $C = 20190324$ ，请问，原文是多少？

### 【答案提交】

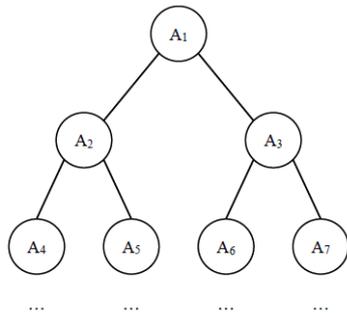
这是一道结果填空的题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

## 试题 F: 完全二叉树的权值

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 15 分

### 【问题描述】

给定一棵包含  $N$  个节点的完全二叉树，树上每个节点都有一个权值，按从上到下、从左到右的顺序依次是  $A_1, A_2, \dots, A_N$ ，如下图所示：



现在小明要把相同深度的节点的权值加在一起，他想知道哪个深度的节点权值之和最大？如果有多个深度的权值和同为最大，请你输出其中最小的深度。

注：根的深度是 1。

### 【输入格式】

第一行包含一个整数  $N$ 。

第二行包含  $N$  个整数  $A_1, A_2, \dots, A_N$ 。

### 【输出格式】

输出一个整数代表答案。

### 【样例输入】

```
7
1 6 5 4 3 2 1
```

**【样例输出】**

2

**【评测用例规模与约定】**

对于所有评测用例， $1 \leq N \leq 100000$ ， $-100000 \leq A_i \leq 100000$ 。

## 试题 G: 外卖店优先级

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 20 分

### 【问题描述】

“饿了么”外卖系统中维护着  $N$  家外卖店，编号  $1 \sim N$ 。每家外卖店都有一个优先级，初始时 (0 时刻) 优先级都为 0。

每经过 1 个时间单位，如果外卖店没有订单，则优先级会减少 1，最低减到 0；而如果外卖店有订单，则优先级不减反加，每有一单优先级加 2。

如果某家外卖店某时刻优先级大于 5，则会被系统加入优先缓存中；如果优先级小于等于 3，则会被清除出优先缓存。

给定  $T$  时刻以内的  $M$  条订单信息，请你计算  $T$  时刻时有多少外卖店在优先缓存中。

### 【输入格式】

第一行包含 3 个整数  $N$ 、 $M$  和  $T$ 。

以下  $M$  行每行包含两个整数  $ts$  和  $id$ ，表示  $ts$  时刻编号  $id$  的外卖店收到一个订单。

### 【输出格式】

输出一个整数代表答案。

### 【样例输入】

```
2 6 6
1 1
5 2
3 1
6 2
2 1
6 2
```

### 【样例输出】

1

### 【样例解释】

6 时刻时，1 号店优先级降到 3，被移除出优先缓存；2 号店优先级升到 6，加入优先缓存。所以是有 1 家店 (2 号) 在优先缓存中。

### 【评测用例规模与约定】

对于 80% 的评测用例， $1 \leq N, M, T \leq 10000$ 。

对于所有评测用例， $1 \leq N, M, T \leq 100000$ ， $1 \leq ts \leq T$ ， $1 \leq id \leq N$ 。

## 试题 H: 修改数组

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 20 分

### 【问题描述】

给定一个长度为  $N$  的数组  $A = [A_1, A_2, \dots, A_N]$ , 数组中有可能有重复出现的整数。

现在小明要按以下方法将其修改为没有重复整数的数组。小明会依次修改  $A_2, A_3, \dots, A_N$ 。

当修改  $A_i$  时, 小明会检查  $A_i$  是否在  $A_1 \sim A_{i-1}$  中出现过。如果出现过, 则小明会给  $A_i$  加上 1; 如果新的  $A_i$  仍在之前出现过, 小明会持续给  $A_i$  加 1, 直到  $A_i$  没有在  $A_1 \sim A_{i-1}$  中出现过。

当  $A_N$  也经过上述修改之后, 显然  $A$  数组中就没有重复的整数了。

现在给定初始的  $A$  数组, 请你计算出最终的  $A$  数组。

### 【输入格式】

第一行包含一个整数  $N$ 。

第二行包含  $N$  个整数  $A_1, A_2, \dots, A_N$ 。

### 【输出格式】

输出  $N$  个整数, 依次是最终的  $A_1, A_2, \dots, A_N$ 。

### 【样例输入】

```
5
2 1 1 3 4
```

### 【样例输出】

```
2 1 3 4 5
```

**【评测用例规模与约定】**

对于 80% 的评测用例， $1 \leq N \leq 10000$ 。

对于所有评测用例， $1 \leq N \leq 100000$ ， $1 \leq A_i \leq 1000000$ 。

## 试题 I: 糖果

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 25 分

### 【问题描述】

糖果店的老板一共有  $M$  种口味的糖果出售。为了方便描述,我们将  $M$  种口味编号  $1 \sim M$ 。

小明希望能品尝到所有口味的糖果。遗憾的是老板并不单独出售糖果,而是  $K$  颗一包整包出售。

幸好糖果包装上注明了其中  $K$  颗糖果的口味,所以小明可以在买之前就知道每包内的糖果口味。

给定  $N$  包糖果,请你计算小明最少买几包,就可以品尝到所有口味的糖果。

### 【输入格式】

第一行包含三个整数  $N$ 、 $M$  和  $K$ 。

接下来  $N$  行每行  $K$  这整数  $T_1, T_2, \dots, T_K$ , 代表一包糖果的口味。

### 【输出格式】

一个整数表示答案。如果小明无法品尝所有口味,输出  $-1$ 。

### 【样例输入】

```
6 5 3
1 1 2
1 2 3
1 1 3
2 3 5
5 4 2
5 1 2
```

### 【样例输出】

2

### 【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例， $1 \leq N \leq 20$ 。

对于所有评测样例， $1 \leq N \leq 100$ ， $1 \leq M \leq 20$ ， $1 \leq K \leq 20$ ， $1 \leq T_i \leq M$ 。

## 试题 J: 组合数问题

时间限制: 1.0s 内存限制: 256.0MB 本题总分: 25 分

### 【问题描述】

给  $n, m, k$ , 求有多少对  $(i, j)$  满足  $1 \leq i \leq n, 0 \leq j \leq \min(i, m)$  且  $C_i^j \equiv 0 \pmod k$ ,  $k$  是质数。其中  $C_i^j$  是组合数, 表示从  $i$  个不同的数中选出  $j$  个组成一个集合的方案数。

### 【输入格式】

第一行两个数  $t, k$ , 其中  $t$  代表该测试点包含  $t$  组询问,  $k$  的意思与上文中相同。

接下来  $t$  行每行两个整数  $n, m$ , 表示一组询问。

### 【输出格式】

输出  $t$  行, 每行一个整数表示对应的答案。由于答案可能很大, 请输出答案除以  $10^9 + 7$  的余数。

### 【样例输入】

```
1 2
3 3
```

### 【样例输出】

```
1
```

### 【样例说明】

在所有可能的情况中, 只有  $C_2^1 = 2$  是 2 的倍数。

### 【样例输入】

```
2 5
```

4 5

6 7

**【样例输出】**

0

7

**【样例输入】**

3 23

23333333 23333333

233333333 233333333

2333333333 2333333333

**【样例输出】**

851883128

959557926

680723120

**【数据规模和约定】**

对于所有评测用例， $1 \leq k \leq 10^8$ ,  $1 \leq t \leq 10^5$ ,  $1 \leq n, m \leq 10^{18}$ ，且  $k$  是质数。

评测时将使用 10 个评测用例测试你的程序，每个评测用例的限制如下：

评测用例编号	$t$	$n, m$	$k$
1, 2	$\leq 1$	$\leq 2000$	$\leq 100$
3, 4	$\leq 10^5$	$\leq 2000$	$\leq 100$
5, 6, 7	$\leq 100$	$\leq 10^{18}$	$\leq 100$
8, 9, 10	$\leq 10^5$	$\leq 10^{18}$	$\leq 10^8$