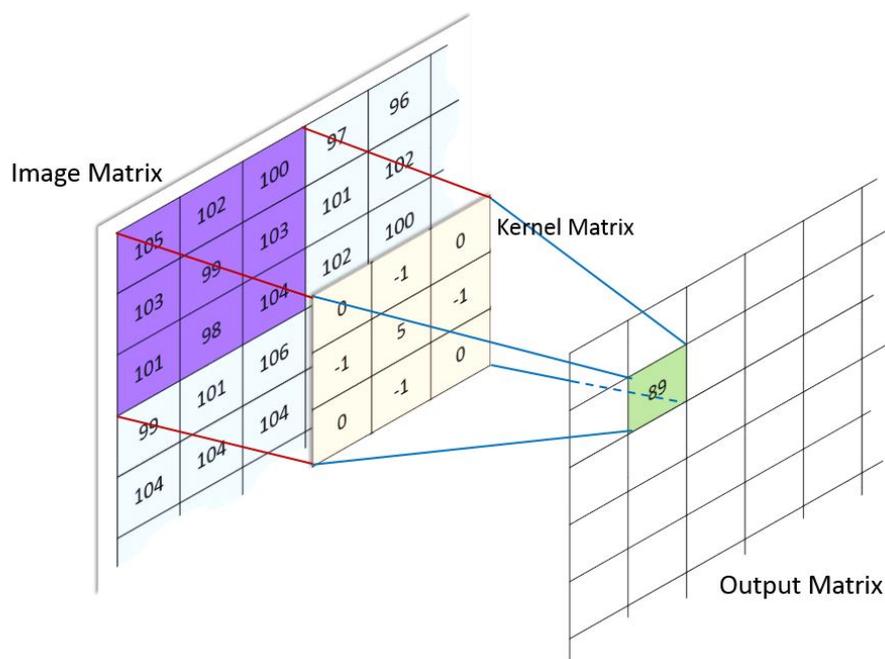


## Problem A. 图像卷积

输入文件: standard input  
输出文件: standard output  
时间限制: 2 seconds per case  
内存限制: 512 megabytes

如今机器学习热火朝天, 就算你的领域和机器学习八竿子打不着, 你也免不了会对机器学习的一些概念和方法有所耳闻. 图像卷积技术可能就是非常有代表性的一个, 它被广泛地用于特征抽取, 是卷积神经网络(CNN)的核心组成部分.

如果你很遗憾地, 实在没有听说过图像卷积, 那也没有关系. 其实这个图像卷积本身, 跟机器学习也没啥关系. 它可以用下面的一张图来说明<sup>1</sup>.



将 Kernel Matrix (核矩阵) 放在图像的左上角, 然后和原图像中的元素一一对应相乘并相加, 就得到了结果矩阵中的一个元素.

例如图中所示的

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

对应项相乘并相加得到  $0 \cdot 105 + (-1) \cdot 102 + 0 \cdot 100 + (-1) \cdot 103 + 5 \cdot 99 + (-1) \cdot 103 + 0 \cdot 101 + (-1) \cdot 98 + 0 \cdot 104 = 89$ .

将  $\mathbf{K}$  右移一个位置计算第二个元素:  $0 \cdot 102 + (-1) \cdot 100 + 0 \cdot 97 + (-1) \cdot 99 + 5 \cdot 103 + (-1) \cdot 101 + 0 \cdot 98 + (-1) \cdot 104 + 0 \cdot 102 = 111$ . 见图 1.

或许你会存在困惑说, 边缘的部分不就少了吗? 最后的结果矩阵会不会比原矩阵小? 有两种解决方案, 一种是在边缘填 0, 不够的部分当作 0 来计算; 还有一种是: 变小就变小好了. 此题中, 我们采用**第二种方案**.

<sup>1</sup>[http://machinelearninguru.com/computer\\_vision/basics/convolution/image\\_convolution\\_1.html](http://machinelearninguru.com/computer_vision/basics/convolution/image_convolution_1.html)

105	102	100	97	96	
103	99	103	101	102	
101	98	104	102	100	
99	101	106	104	99	
104	104	104	100	98	

0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0

	89	111		

图 1: 卷积示例

## 输入

第一行两个整数  $n, m$ .

接下来  $n$  行, 每行  $m$  个整数表示一个  $n \times m$  的矩阵  $\mathbf{M}$ , 这是原图像矩阵.

接下来一行两个整数  $h, w$ .

接下来  $h$  行, 每行  $w$  个整数表示一个  $h \times w$  的矩阵  $\mathbf{K}$ , 这是核矩阵.

## 输出

输出卷积结果, 应是一个  $(n - h + 1) \times (m - w + 1)$  的矩阵. 每行的元素之间用空格空开.

## 约束

- $h, w, n, m$  是整数;  $1 \leq h \leq n \leq 100$ ;  $1 \leq w \leq m \leq 100$ ;
- $\mathbf{M}_{ij}, \mathbf{K}_{ij}$  是整数;  $0 \leq \mathbf{M}_{ij} \leq 255$ ;  $-128 \leq \mathbf{K}_{ij} \leq 127$ .

## 子任务 1 (40 分)

$$n = h; m = w.$$

## 子任务 2 (60 分)

必须通过子任务 1. 否则不测试.

没有其他限制.

## 样例

standard input	standard output
5 5 105 102 100 97 96 103 99 103 101 102 101 98 104 102 100 99 101 106 104 99 104 104 104 100 98 3 3 0 -1 0 -1 5 -1 0 -1 0	89 111 101 85 111 101 98 117 113
2 3 1 1 2 3 5 8 2 3 13 21 34 55 89 -122	-264
3 2 0 1 2 3 4 5 1 2 -1 127	127 379 631

## 提示

本题在比对答案时忽略行末空格.

## Problem B. 白网吧

输入文件: standard input  
输出文件: standard output  
时间限制: 3 seconds per case  
内存限制: 512 megabytes

K 公司的老板 J 先生最近在华东师范大学开了一家网吧, 我们暂时把它叫作白网吧. 这网吧的生意, 说真的, 不咋地. 但这和 J 老板扩建白网吧的念头并不相干.

为了扩建网吧, J 老板首先想要了解网吧目前的经营状况. 现给出一段时间区间 (第 1 秒至第  $m$  秒, 共  $m$  秒) 内的  $n$  条上网记录  $(s_1, t_1); (s_2, t_2); \dots; (s_n, t_n)$ .  $s_i, t_i$  分别表示第  $i$  条记录的进网吧时间和离开时间. 我们认为第  $s_i$  秒和第  $t_i$  秒这个人也在网吧内.

针对这些数据, 回答 J 老板的问题.

### 输入

第一行两个整数  $n, m$ .

接下来  $n$  行每行两个整数  $s_i, t_i$ .

最后一行是一个整数  $q$ . 表示问题类型.

### 输出

- 若  $q = 1$ , 在一行内输出一个数, 表示这个网吧的最大同时在线人数.
- 若  $q = 2$ , 输出平均在线人数. 平均在线人数用最简分数表示. ( $p/q$ :  $p$  表示分子,  $q$  表示分母. 分母为 1 不要省略.)
- 若  $q = 3$ , 先在一行内输出  $q = 1$  的询问结果, 再在一行内输出  $q = 2$  的询问结果.

### 约束

- $1 \leq n \leq 250\,000; 1 \leq m \leq 10^9$ ;
- $1 \leq s_i \leq t_i \leq m$ ;
- 同一对  $(s_i, t_i)$  可能出现多次, 看作是不同的上网记录;
- $q \in \{1, 2, 3\}$ .

### 子任务 1 (28 分)

$1 \leq n \leq 10^3; q = 1$ .

### 子任务 2 (24 分)

$1 \leq m \leq 100; q = 3$ .

### 子任务 3 (32 分)

$q = 1$ .

## 子任务 4 (16 分)

$q = 2$ .

### 样例

standard input	standard output
2 10 1 5 5 10 3	2 11/10
4 10 1 3 4 4 8 8 5 7 2	4/5
5 10 5 6 4 7 3 8 2 9 1 10 1	5

## Problem C. 皇后问题

输入文件: standard input  
输出文件: standard output  
时间限制: 1 second per case  
内存限制: 512 megabytes

有一个  $n \times m$  的棋盘. 你现在的位置是  $(x, y)$ .

你是一个皇后. 在国际象棋规则中, 皇后是最强的棋子, 它可以向上、下、左、右、左上、右上、左下、右下八个方向移动任意多的空格 (只要还在棋盘内).

请设计一条路线, 用恰好  $nm - 1$  步遍历棋盘上的所有格子. 当前的位置可以认为已经遍历过了.

### 输入

输入一行四个整数, 用空格隔开:  $n, m, x, y$ .

### 输出

输出答案序列. 共  $nm - 1$  行, 每行是移动过后产生的新坐标, 同一行之间的两个整数用空格隔开:

$$\begin{array}{l} x_1 \ y_1 \\ x_2 \ y_2 \\ \vdots \\ x_{nm-1} \ y_{nm-1} \end{array}$$

$(x_i, y_i)$  必须是合法的棋盘坐标, 即  $1 \leq x_i \leq n, 1 \leq y_i \leq m$ .

### 约束

- $n, m, x, y$  是整数;
- $1 \leq x \leq n \leq 100; 1 \leq y \leq m \leq 100$ ;
- $mn > 1$ .

### 子任务 1 (30 分)

$x = y = 1$ .

### 子任务 2 (28 分)

必须先通过子任务 1.

$x = 1$ .

### 子任务 3 (7 分)

必须先通过子任务 1.

$y = 1$ .

## 子任务 4 (35 分)

必须先通过子任务 2, 3.

没有其他限制.

### 样例

standard input	standard output
3 3 1 1	3 3 1 3 2 3 2 1 3 1 2 2 1 2 3 2

### 解释

样例中的输出按照下面的路线. 0 表示起始位置, 1 到 8 依次表示经过的位置. 你可以自行验证该路线符合皇后的移动规则.

0	7	2
4	6	3
5	8	1

## Problem D. 素数之基

输入文件: standard input  
输出文件: standard output  
时间限制: 1 second per case  
内存限制: 512 megabytes

设有限正整数集合  $S, A$  (不是多重集, 每个数在集合中至多出现一次). 如果  $S$  中的每一个元素都是  $A$  的某一个子集之和, 我们称  $A$  是  $S$  的基.

形式化地说,

$$\forall x \in S, \exists A' \subseteq A, \text{ such that } \sum_{a \in A'} a = x.$$

如果不存在  $A'$  也是  $S$  的基且  $|A'| < |A|$ , 我们称  $A$  是  $S$  的最小基. 注意最小基不一定唯一.

$P(n)$  是不超过  $n$  的所有素数的集合, 即  $P(n) = \{x | 1 \leq x \leq n, x \text{ 是素数}\}$ . 求  $P(n)$  的最小基.

如果有多解, 输出任意一解.

### 输入

一个正整数  $n$ .

### 输出

输出第一行表示  $P(n)$  的最小基包含多少个元素, 假设有  $k$  个.

第二行输出  $k$  个整数用空格隔开  $a_1, a_2, \dots, a_k$ . ( $1 \leq a_i \leq 10^9$ ,  $a_i$  各不相同).

### 评分

本题子任务有依赖关系, 在测试一个子任务首先必须通过在它之前的所有子任务 (除第 1 个子任务以外).

#### 子任务 1 (10 分)

$n = 100$ .

#### 子任务 2 (20 分)

后面的子任务与第 1 个子任务独立.

$2 \leq n \leq 30$ .

#### 子任务 3 (16 分)

$31 \leq n \leq 42$ .

#### 子任务 4 (11 分)

$43 \leq n \leq 60$ .

### 子任务 5 (12 分)

$$61 \leq n \leq 85.$$

### 子任务 6 (10 分)

$$86 \leq n \leq 120.$$

### 子任务 7 (7 分)

$$121 \leq n \leq 200.$$

### 子任务 8 (14 分)

$$201 \leq n \leq 10^6.$$

### 样例

standard input	standard output
2	1 2
5	2 2 3
10	3 2 1 4

### 解释

样例 3 解释: 10 以内的素数有 2, 3, 5, 7. 其中  $2 = 2$ ,  $3 = 1 + 2$ ,  $5 = 1 + 4$ ,  $7 = 1 + 2 + 4$ .

### 提示

如果你的程序花了几个小时跑出了结果的话, 你可以提交一个直接输出答案的程序. 但由于 OJ 限制, 你提交的程序长度不能超过 64KB.

## Problem E. 痛苦的老爷机

输入文件: standard input  
输出文件: standard output  
时间限制: 4 seconds per case  
内存限制: 512 megabytes

你的朋友唐纳德在你的生日聚会上送你一台老爷机。你严重怀疑该老爷机是外太空飞来的，因为它是由一套叫作 Z86+ 的指令集驱动的，并且其汇编语言（如果真的叫汇编语言的话）看起来很像三地址代码<sup>2</sup>。

你现在要写一段 Z86+ 能识别的程序实现一个 **32 位有符号整数数组的排序**。由于这是一台老爷机，它的运算速度、寄存器数量、内存空间大小都是非常受限的... 好吧，你或许会觉得这样的设定很无聊，但不幸，这就是问题的核心。

### 详细说明

首先说明可以使用的资源:

1. Z86+ 共有  $A$  个寄存器。寄存器从 1 开始编号。例如  $A = 4$  时，寄存器分别为  $r1, r2, r3, r4$ 。
2. 在本题中，我们会在 Z86+ 中开辟两块内存空间。第一块是 1 个字<sup>3</sup>，用于存储  $n$ ；第二块是  $M$  ( $M \geq n$ ) 个字，其中  $M[0], \dots, M[n-1]$  用于存储  $a$  数组。你的程序不能也不该使用未开辟的内存区域。错误使用会导致你的程序异常终止。
3. 该老爷机不提供系统栈和与栈操作相关的指令（包括函数调用等）。你可以手动实现（如果资源够的话），或者不用。

下面介绍 Z86+ 程序的语法。

一个合法的源操作数 (source) 是以下四者之一:

1. 立即寻址: 十进制 (例如 9, 0, -1) 或十六进制 (例如 0xff, -0X3F)。必须是一个 32 位带符号整数。
2. 寄存器寻址: 例如  $r1, r3$ 。
3. 直接寻址: 例如  $a[0], n$ 。
4. 寄存器间接寻址: 例如  $a[r2]$ 。

所有数据类型是 32 位带符号整数。我们没有提供显式类型转换机制。

目标操作数 (dest) 通常是赋值语句等号左边的数。除了直接寻址不能用外，与原操作数的类型相同。

一个合法的语句写在一行内，具有以下形式:

[label:] statement [;comment]

label 以英文和数字组成但必须以英文字母开头，可有可无，其唯一用途就是用于 goto 的跳转。为避免歧义请尽可能避免使用含有 if, goto, halt 的词汇作为 label。与汇编语言不同的是，Z86+ 规定在 label 后面必须紧跟一个语句。不支持一行单独一个 label。

---

<sup>2</sup>所谓的“三地址”指的就是两个运算分量（操作数 1、操作数 2）及目标操作数三个对象的地址。

<sup>3</sup>1 个字 4 个字节。

注释以 ; 开头. 不支持多行注释. 不支持单独一行只有注释.

Z86+ 对大小写敏感, 但对空白字符不敏感. 空白符可以是空格或者 tab. 你可以在单词之间、行前、行末添加任意的空白符, 也可以省去除了换行符、下面特别说明的之外的所有空白符. 只有空白符的行、空行会被直接忽略.

一个合法的 statement 是下面的某一种:

1. 双目赋值语句 `dest := source1 op source2`. 其中 `op` 可以是下面的运算符:

- 加减乘除模: `+`, `-`, `*`, `/`, `%`.
- 位左移、位右移: `<<`, `>>`. 注意, 下面所有位操作都是在无符号的语义下进行的, 例如 `0xffffffff >> 4 = 0x0fffffff`.
- 循环左移、循环右移: `<<<`, `>>>`. 例如 `0xff00011 <<< 2 = 0x00011ff`.
- 按位与、按位或、按位异或: `&`, `|`, `^`.
- 小于、小于等于、大于、大于等于: `<`, `<=`, `>`, `>=`.
- 等于、不等于: `==`, `!=`.
- 逻辑与、逻辑或: `&&`, `||`.

注: 你或许会感到意外 Z86+ 没有提供逻辑非运算. 但事实上逻辑非运算是完全没有必要的.

2. 单目赋值语句 `dest := op source`. 其中 `op` 可以是:

- 取相反数: `-`.
- 按位取反: `~`.

3. 赋值语句 `dest := source`.

4. 无条件转移语句 `goto label`. `goto` 后面的空白符是强制的.

5. 条件转移语句 `if source goto label`. `if`, `source`, `goto` 后面必须加空白符.

6. 条件转移语句 `if source1 op source2 goto label`. 转移条件是两个操作数操作后的结果非 0. `if`, `source2`, `goto` 后面必须加空白符.

7. 停机语句 `halt`. 不需要显式停机, 如果程序运行到最后没有更多的语句可以执行, 程序会自动退出.

感谢你一直读到这里.

## 输入

输入四个整数  $n_{min}$ ,  $n_{max}$ ,  $A$ ,  $M$ .  $[n_{min}, n_{max}]$  是可能出现的  $n$  的范围,  $A$  是提供的寄存器数量,  $M$  是内存区域有多少个字 (存储  $n$  的那个字不算在内).

## 输出

由于 OJ 不支持对 Z86+ 语言进行直接评测, 要求输出一段 Z86+ 的代码. 代码长度应不超过  $10^4$  行 (包括空行), 代码字节数应不超过 65536 字节.

## 评分

为了方便考生调试, 并对上文中可能尚未解释清楚的部分进行查询, Z86+ 解释器可以在本题提交界面上下载. 该解释器使用 C++ 编写, 请使用 C++11 进行编译. 评测系统使用相同的解释器执行你输出的代码.

并使用**按照一定算法构造**的不同的测试数据 (总共约 20 组) 运行多次. 如果程序均在运行  $10^7$  条语句前返回了正确结果, 则认为该程序通过了该子任务, 获得相应分数.

### 子任务 1 (10 分)

$$n_{min} = n_{max} = 4, A = 32, M = 16.$$

### 子任务 2 (10 分)

必须先通过子任务 1.

$$n_{min} = 2, n_{max} = 700, A = 8, M = 1500.$$

### 子任务 3 (18 分)

必须先通过子任务 2.

$$n_{min} = 2, n_{max} = 700, A = 4, M = 700.$$

### 子任务 4 (10 分)

不依赖前面的子任务情况.

$$n_{min} = n_{max} = 2^{14}, A = 16, M = 2^{17}.$$

### 子任务 5 (19 分)

先通过子任务 4.  $n_{min} = n_{max} = 2^{16}, A = 8, M = 2^{17}$ .

### 子任务 6 (8 分)

$$n_{min} = 2, n_{max} = M = 10\,000, A = 8.$$

### 子任务 7 (7 分)

先通过子任务 6.  $n_{min} = 10\,001, n_{max} = M = 20\,000, A = 7$ .

### 子任务 8 (6 分)

先通过子任务 7.  $n_{min} = 20\,001, n_{max} = M = 40\,000, A = 6$ .

### 子任务 9 (6 分)

先通过子任务 8.  $n_{min} = 40\,001, n_{max} = M = 70\,000, A = 5$ .

### 子任务 10 (6 分)

先通过子任务 9.  $n_{min} = 70\,001, n_{max} = M = 100\,000, A = 4$ .

## 样例

standard input	standard output
3 3 32 16	<pre>if a[0] &gt; a[1] goto L1 goto L2 L1: r1 := a[0] a[0] := a[1] a[1] := r1  L2: if a[0] &gt; a[2] goto L3 goto L4 L3: r2 := a[0] a[0] := a[2] a[2] := r2  L4: if a[1] &gt; a[2] goto L5 goto L6 L5: r1 := a[1] a[1] := a[2] a[2] := r1  L6: halt</pre>

样例提供了一种“3个数排序”的可能的输出。遗憾的是，这种输出并不能通过任何一个子任务。

## 提示

本题鼓励你判断不同的输入来决定采用不同的策略。但优秀的解法应该具有普适性，可以轻松通过所有子任务。

解释器在[本题提交界面](#)上下载。请使用 C++11 编译。假设解释器被编译成 `sim` 文件。

- 在 Windows 命令行下: `sim.exe program.zs data.txt <A> <M>`。其中 `program.zs` 是 Z86+ 代码文件，`data.txt` 是待排序的数据（直接把所有数按照顺序写在文件里就可以，会全部读完自动判断数组长度）。`A` 和 `M` 是可选参数，表示机器的配置。
- 在 Linux 下：
  - 编译: `g++ -o sim sim.cpp`
  - 运行: `./sim program.zs data.txt <A> <M>`。

给出的解释器默认运行在 Debug 模式下，Debug 模式下的解释器会输出词法语法分析、运行时等各阶段的详细信息。

如果你想要打印整段文本的话可以尝试使用 Python 3 下的 `print("""text""")`。