

# 2023 年“图森未来杯”全国程序设计邀请赛题解

王子涵 竺旭亮 谢嘉东

2023 年 4 月 1 日

# 命题团队

## 开发团队

- 毛博超
- 李云帆
- 朱睿诚
- 漆宇祥

## 验题人

- 赵云翔
- 孙梓浩
- 高麟翔
- 裴文俊
- 赵晟昊
- 汪致远

# TOP10

#		=	罚时	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	管晏如 华师大二附中 B120 48 622#0048	8	384	+	+1	-5	+	+	+	+	+	+
2	胡文波 华东理工大学 B116 33 622#0183	8	814	+	+1		+	+1	+2	+	+2	+
3	易兰萱 上海大学 B129 28 622#0133	7	687	+	+2		+1	+	-3	+3	+	+1
4	孙梓航 慈溪市上林中学 B123 34 622#0094	7	845	+	+3	-8	+	+		+	+	+
5	汪鼎尊 华东师范大学 200 3 622#0212	6	280	+	+		+	+		+	-7	+
6	储德明 同济大学 B116 2 622#0152	6	374	+	+1		+	-6		+	+1	+
7	雷智凯 华东师范大学 200 46 622#0255	6	388	+	+4		+	+		+	-11	+
8	余东桦 华东师范大学 220 15 622#0277	6	389	+	+		+	+2		+	+	-1
9	车明亮 华东师范大学 200 24 622#0233	6	411	+	+1		+	+1	-1	+	-3	+
10	许青阳 华东师范大学 220 5 622#0267	6	492	+	+2		+	+3		+	-1	+



## Judges' Anticipation

- Very easy: D, G
- Easy: A, B
- Medium easy: E, I
- Medium hard: H
- Hard: F



## A. 命题人的疏忽

### Tags

交互, 构造

### Solutions

- 假设已知前  $k$  ( $k = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ ) 个测试点的答案序列  $ans$
- 那么在新的一次尝试中, 可以构造  $ans + 0 + (-1) + \dots$ , 返回结果为 AC 则第  $k + 1$  个测试点的输出为 0, 否则为 1
- 这样至多需要  $n + 1$  次尝试即可构造出答案

First Solved: 许豪骏, 5(+)

## B. 社恐的舞会 I

Tags

构造

Solutions

- 注意到这三种基础结构可行
  - 三个点重叠在一起
  - 四个点形成  $2 \times 2$  的正方形
  - 形成  $n \times m$  的矩形环,  $n, m \geq 3$
- 剩奇数个点时放第一种结构转换成偶数, 剩偶数个点时放第二或第三种结构
- 特判一下点数极少时不可行的情况

First Solved: 管晏如, 8(+)

## C. 摇钱树

### Tags

0/1 分数规划

### Solutions

- 有红包的点的集合为  $S$
- 假设选择的所有子树中共有  $a$  个有红包的点,  $b$  个无红包的点
- 答案即为  $\frac{a}{|S|+b}$
- 考虑在实数域上二分答案

## C. 摇钱树 (续)

### Solutions

- 假设当前二分值为  $mid$
- 转化为判定  $a - b \cdot mid \geq |S| \cdot mid$
- 预处理出每棵子树中的有红包点数和无红包点数
- 之后就是一个比较经典的树上背包问题了
- 记录一下  $dp$  的过程最后按分数输出即可



## D. 开灯

### Tags

数学

### Solutions

- 简单分析，发现  $m|n$  则有解，否则无解

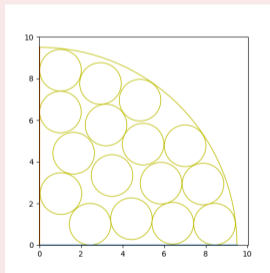
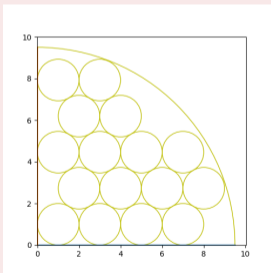
First Solved: 叶印东, 1(+)

## E. 社恐的舞会 II

Tags

构造

Solutions



First Solved: 雷智凯, 66(+)

## F. 龟速飞行棋

### Tags

动态规划

### Solutions

- 注意到截断只会影响到最末尾两个格子是否可以往后走
- 且每个格子采取哪种策略向后走只与后两个格子往后走的状态有关
- 因此  $dp[n][a = 0/1][b = 0/1]$  表示
  - 当前在第  $n$  个格子
  - 第  $n$  个格子可否往后走状态为  $a$
  - 第  $n + 1$  个格子可否往后走状态为  $b$

时，先手能否必胜

## F. 龟速飞行棋 (续)

### Solutions

- 进行记忆化搜索, 向  $n - 1$  进行转移
- 考虑  $n - 1$  号格子的类型
- 类型为 3, 则只要  $n$  号格子与  $n + 1$  号格子中有一个能使先手必败
- 那么从  $n - 1$  出发就能往后走
- 即  $dp[n][a][b] = dp[n - 1][(a \& b)1][a]$
- 其它类型同理

First Solved: 管晏如, 76(+)

## G. 切蛋糕

### Tags

计算几何

### Solutions

- 找到两个矩形的中心连线即可

First Solved: 王刚, 7(+)

## H. 套娃

### Tags

数据结构

### Solutions

- 一个比较经典的数据结构题
- 使用  $CDQ$  分治或者树套树都可以解决

First Solved: 管晏如, 36(+)

# I. 宝箱

## Tags

动态规划

## Solutions

- 考虑  $dp[i][j]$  表示红色宝箱已经处理好了前  $i$  个，蓝色宝箱已经处理好了前  $j$  个，此时最大数最小是  $dp[i][j]$
- 考虑下一个要放的数  $dp[i][j] + 1$ ，一个贪心性质是，只要这个数的奇偶性与任何一个需要的数的奇偶性相同便一定会使用
- 如果两类宝箱都能使用则同时更新两个状态即可
- 而如果两类宝箱都不适用，则可以用  $dp[i][j] + 2$  来进行更新

First Solved: 曾剑涛, 26(+)

End

*Thanks for attention!*

