

The Preliminary Contest for ICPC Asia Xuzhou 2019

Who is better?

一道水的很认真的数学模板题。任性而生硬的扩展中国剩余定理+斐波那契博弈。

首先是扩中的推导：

我们知道，中国剩余定理可以解决多个同余方程求解的问题，但是会有 a_i 和 a_j 互质的条件限制。

然而本题并没有这样的限制。

因此就引出了扩展中国剩余定理：

假设只有两式时： $x \equiv r_1 \pmod{a_1}$, $x \equiv r_2 \pmod{a_2}$

因此： $x = k_1 * a_1 + r_1$, $x = k_2 * a_2 + r_2$

然后： $k_1 * a_1 + r_1 = k_2 * a_2 + r_2$

$k_1 * a_1 \equiv r_2 - r_1 \pmod{a_2}$

$\text{exgcd}(a_1, a_2, k_1, k_2)$ 可求得 a_1, a_2, k_1

然后求得： $x = a_1 * k_1 + r_1$ 此时 x 只是满足上述两式的一个特解

得通解： $x_0 = k * \text{lcm}(a_1, a_2) + x$

即合为一式： $x_0 \equiv x \pmod{\text{lcm}(a_1, a_2)}$

由数学归纳法： ans 即为满足所有式子的最小正整数解

然后求出了 ans 也就是题干中要求的 n ，再来看这个博弈游戏。

大佬的博客讲解的很清晰了：<https://blog.csdn.net/dgq8211/article/details/7602807>

so easy

这里提供标程的解法

q的值比较小，所以解题应该从q入手

用并查集模拟实现一个链表

用map模拟并查集，初始时每个点的父亲指向后面第一个可用的点。

当删除一个点i时，令x的父亲等于x+1的父亲

查询时直接输出 x 的父亲

<https://paste.ubuntu.com/p/ZfhHwtndTx/>

Buy Watermelon

- 题意：给定一个整数w表示西瓜的重量，切成两半之后每一部分都是2的倍数公斤。如果满足要求输出YES，否则输出NO
- 题解：判断w是否能被2整除，另外还需要考虑w的值不能为2（分成两半之后各自为1，不是2的倍数）。

Carneginon

由于 $q * (|S| + |T|) \leq 1e7$ ，对于每一次询问，用KMP判断即可

- 如果 $|T| > |S|$ ，T为模式串，利用KMP判断T是否为S的子串。若是，输出 my child!；否则输出 oh, child!
- 如果 $|T| < |S|$ ，S为模式串，利用KMP判断S是否为T的子串。若是，输出 my teacher!；否则输出 senior!
- 如果 $|T| = |S|$ ，直接判断两者是否相等。若相等，输出 jntm!；否则，输出 friend!

XKC's basketball team

- 题意：给定一个序列，从每一个数后面比它大至少 m 的数中求出与它之间最大的距离。如果没有则为 -1。
- 题解：从后向前维护一个递增的队列，从后往前遍历，若当前的数大于队尾就进队，否则从该队列中二分找最小的比自己大至少 m 的数，二者之间的距离即为答案。
- 若当前数小于队尾，那这个数一定没有队尾的数优，因为它既比队尾的数靠前，又比它小。
- 时间复杂度 $O(n \log n)$ 。
- 此题也可以用ST表+二分 等方法写出。

Little M's attack plan

题意：

给定一颗n个结点的树，每个结点都有一个权值，有q次询问，每次询问有两个数v,k，求与v的距离小于等于k的结点的权值和是多少？

思路：

如果是个有根树，且每次询问改为：求以v为根的子树中，与v的距离小于等于k的结点的权值和是多少。先考虑简化的题目。先把询问离线下来，维护一个层数的树状数组，按照dfs的顺序遍历每个点，第一次遍历到这个点的时候，如果发现这个点上有询问，那么就记录一下树状数组上层数大于该点，且层数差小于k的权值和。最后将该点的子树遍历完，要回溯的时候，再记录一下权值和，两次权值和的差值就是该次询问的答案。记这个答案为F(v,k)。

现在考虑该题目，这个题目与简化问题的差别就是该问题不要求是子树，只要求距离。那么考虑到询问的k小于100，于是我们可以把每次询问拆成k个。

即询问答案=F(v,k)+F(fa[v],k-1)-F(v,k-2)+F(fa[fa[v]],k-2)-F(fa[v],k-3)+.....

这样就把询问拆分成q*k个上述简化后的问题，按照简化问题的算法就可求解。

Colorful String

建立一棵回文树，在回文树上 dfs 维护每个点的种类数。

function

首先容易发现 $f(xy) = f(x) + f(y)$

于是原式展开为 $\sum_{i=1}^n (n - i + 1) f(i)$

每个质数角度考虑贡献，记 $g(p) = (n + 1) \left\lfloor \frac{n}{p} \right\rfloor - psum\left(\left\lfloor \frac{n}{p} \right\rfloor\right)$ ，其中

$sum(x) = \sum_{i=1}^x i$ ，则质数 p 的贡献为 $g(p) + g(p^2) + g(p^3) + \dots$ (与考虑求 $n!$ 中质数 p 的出现次数类似的思路)

对于 \sqrt{n} 内的质数，暴力计算其贡献即可。对于大于 \sqrt{n} 的质数，显然贡献为 $g(p)$ ，`min_25` 筛分块即可。

query

对于一个排列 p ，所有满足题面描述的二元组 (i, j) 的数量是 $n \log n$ 级别，可全找出来，然后对询问离线，即是一个二维偏序查询问题，用树状数组统计即可

Random Access Iterator

树形 dp, 记 $dp[u]$ 表示以 u 为根的子树, 从 u 开始运行题面算法, 得到正确答案的概率。

深度最深的叶子 u 的 $dp[u] = 1$, 其他叶子 $dp[u] = 0$ 。转移时, 考虑取不到的概率即可。

Center

两个点可以确定一个中心点, $O(n^2)$ 枚举中心点, 设 $cnt[Xc][Yc]$ 为中心点 (Xc, Yc) 被枚举到次数,

那么对于中心点 (Xc, Yc) , 需要补上的点的个数为 $n - 2 * cnt[Xc][Yc] -$ (点 (Xc, Yc) 在原来的点集里出现的次数),

可以用 map 或者哈希记录 cnt 的值。

另外, 如果把输入的坐标都乘以 2, 那么枚举到的中心点的坐标就都是整数了。

Dice

问题可以简化为两部分:

① 骰子可以向相邻位置翻滚, 问从一处到另一处最少需要几步

② 下一个应当去哪个位置的多阶段决策问题

① 通过 bfs 小数据范围打表, 可以得到规律

即出现在同行或相邻行(同列或相邻列)时, 需要额外消耗步数,

其余均为曼哈顿距离, 特别地, 满足规律如下,

```
int dis(int x,int y) //x和y分别为两点横纵坐标差的绝对值
{
    if(x==0&&y==0)return 0;
    if(x==1&&y==1)return 6;
    if(x>y)swap(x,y);
    if(x==0||x==1)return x+y+2*(y%4!=0);
    return x+y;
}
```

② 求出①的规律后, 状压 dp, 求最小距离即可

注意, 由于 $(0,0)$ 已认为被访问过,

当 $(0,0)$ 出现在输入中时, 应当被忽略

Longest subsequence

对于答案字符串来说，一定是和t串的前面部分一致，从一个字母开始比t的字符大，以后的字符就都取上就行了。

从头到尾扫描s串，维护一个26长度的数组a [26]，a[i]代表到当前位置以前取子序列，结尾为'a'+i的最长长度。

对于每个位置，比当前的字母小的都可以拼接上和t相同的部分，后面的字符全取，去构造出去答案，逐步更新即可。

注意两种特殊情况，

- ①字典序严格更大
- ②可以取的串的前缀和t相同，但是比t长(不能和t串相同)。